

Entscheidung unter Risiko

Sie sitzen mit einem Freund in einem Lokal. Ihr Freund wirft eine Münze. Fällt Zahl bezahlen Sie die nächste Erfrischung, ansonsten er.

Er hat nun schon 6 mal Zahl geworfen. Ihr Freund wirft wieder die Münze. Es fällt wieder Zahl.

Wie reagieren Sie?

Wann verwerfen Sie die Ausgangshypothese, dass die Münze fair ist?

Nullhypothese: $q=0.5$

„Die Gewinnwahrscheinlichkeit ist 50%“

Alternativhypothese: $q < 0.5$

Ist die Münze fair?

Angenommen es ist von vornherein festgelegt, dass Sie nur 7 mal werfen.

Wie wahrscheinlich ist es 7 mal Zahl zu werfen, wenn die Münze fair ist?

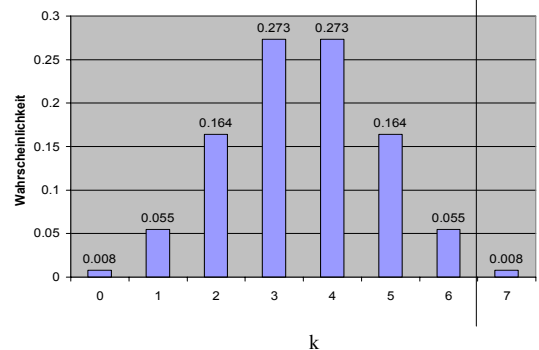
$$\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} = 1/128 = 0.008$$

Ist die Münze fair?

Entscheiden Sie also nach 7 identischen Ausgängen, dass die Münze gefälscht ist, treffen Sie – gegeben die Münze ist fair – in etwas weniger als 1% der Fälle eine Fehlentscheidung.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit für das Verwerfen der Nullhypothese liegt also unter 1%

Die Wahrscheinlichkeit k mal Zahl zu werfen



Ist die Münze fair?

Angenommen, von den 7 Würfeln, fiel 6 mal Zahl.
Wie entscheiden Sie jetzt?

Die Wahrscheinlichkeit, dass – wenn die Münze fair ist – mindestens 6 mal Zahl fällt ist 0,063

Ist die Münze fair?

Entscheiden Sie also nach 6 identischen Ausgängen von 7, dass die Münze gefälscht ist, treffen Sie – gegeben die Münze ist fair – in etwa 6.3% der Fälle eine Fehlentscheidung.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit für das Verwerfen der Nullhypothese liegt also über 5%

Signifikanzniveau α

- Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese fälschlicherweise abzulehnen
- Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art
- Wahrscheinlichkeit für ein falsch positives Resultat

Signifikanzniveau und p-Wert

- Wir setzen ein „Signifikanzniveau“ α fest (etwa $\alpha = 0,05$).
- Man zählt die Anzahl der Erfolge und berechnet den *p-Wert*, das ist die Wahrscheinlichkeit ein so extremes oder ein noch extremeres Resultat zu erhalten.
Bei 7 mal Zahl ist der p-Wert 0.008.
Bei 6 mal Zahl ist der p-Wert 0.063.
- Ist $p < \alpha$ wird die Nullhypothese abgelehnt.
- Wenn die Nullhypothese wahr ist, wird Sie so nur mit Wahrscheinlichkeit α abgelehnt!

Allgemeines zum Testprinzip: Fehler erster und zweiter Art

		tatsächlich gilt	
		H_0	H_A
Testentscheidung	H_0	$1-\alpha$	β
	H_A	α	$1-\beta$

Fehler erster Art (α):

Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese fälschlicherweise zu verwerfen.

Fehler zweiter Art (β):

Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese fälschlicherweise nicht zu verwerfen.

Allgemeines zum Testprinzip: Fehler erster und zweiter Art

		tatsächlich gilt	
		H_0	H_A
Testentscheidung	H_0	$1-\alpha$	β
	H_A	α	$1-\beta$

Signifikanzniveau α wird “von vorne herein festgelegt”

zB.: $\alpha = 0,05 \rightarrow$

Güte bzw. Power eines Tests ($1-\beta$):

Wahrscheinlichkeit für die korrekte Verwerfung der Nullhypothese.

Was hat das mit Medizin zu tun?

An mehreren Patienten werden zwei Therapien (hintereinander) getestet. Für jeden Patienten kann beurteilt werden, welche Therapie den besseren Erfolg erbracht hat.

Man überprüft die Hypothese, dass beide Therapien gleich effektiv sind.